

Prolusione

del Socio nazionale DIONIGI GALLETTO
per la cerimonia inaugurale del 225° anno accademico

Il “sistema del mondo” di Isaac Newton

Nella rivoluzione in astronomia attuata da Copernico, dove il Sole prendeva il posto della Terra come centro dell'Universo, la Terra, pur conservando il suo satellite, la Luna, veniva declassata a semplice pianeta, al pari di Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, i pianeti conosciuti al tempo di Copernico. Pertanto ciò suggeriva che ai pianeti potessero essere attribuite proprietà analoghe alle proprietà che hanno i corpi in prossimità della Terra, e cioè di cadere su essa oppure di orbitare attorno ad essa, come fa la Luna. Una proprietà questa che, sessantasette anni dopo la pubblicazione del trattato *De revolutionibus orbium coelestium* da parte di Copernico, avvenuta nel 1543, troverà conferma per Giove nel 1610 con la scoperta da parte di Galileo dei suoi primi quattro satelliti, i cosiddetti satelliti medicei (Io, Europa, Ganimede, Callisto), e centododici anni dopo, nel 1655, troverà conferma per Saturno con la scoperta da parte di Huygens del suo primo satellite, il gigantesco Titano.

Questo insieme di proprietà e di scoperte lasciava intendere che tra i corpi in generale, e quindi non solo terrestri, si esercitassero delle azioni attrattive, come, sia pure in modo alquanto parziale, intuì Keplero, scopritore, nel periodo che va tra il 1605 e il 1618, tramite i dati raccolti con l'osservazione astronomica da Tyco Brahe, delle tre celebri leggi che portano il suo nome, delle quali la prima precisa che le orbite dei pianeti attorno al Sole non sono circonferenze, come riteneva Copernico, bensì ellissi, con il Sole che non sta nel centro ma in uno dei fuochi.

Comunque la gravità che si manifesta sulla Terra e l'ipotetica attrazione esercitata dal Sole sui pianeti e dai pianeti sui loro satelliti erano in generale considerati fenomeni distinti, come prova la posizione di Galileo, che da un



Il Socio Dionigi Galletto tiene la Prolusione per la cerimonia inaugurale del 225° anno accademico

lato considera come moti spontanei il moto dei pianeti e dei loro satelliti (moto che ritiene ancora circolare uniforme) e dall'altro compie rilevantisimi esperimenti e studi sui gravi, ossia sui corpi pesanti, tanto da poterlo considerare come il fondatore della meccanica terrestre. Tale distinzione tra gravità sulla Terra e attrazione tra Sole e pianeti e tra pianeti e loro satelliti scomparirà definitivamente soltanto con Newton.

Scritto in meno di due anni, ma frutto di una maturazione durata oltre vent'anni e di una straordinaria potenza di astrazione, il trattato di Newton *Philosophiae naturalis principia mathematica* apparirà nel 1687, ossia centoquarantaquattro anni dopo il trattato di Copernico e segnerà una data almeno altrettanto importante. Si potrebbe infatti addirittura dire che con esso Newton fonda la scienza moderna, e comunque fonda certamente la meccanica moderna, presentandola come una scienza rigorosamente razionale che ingloba in un solo corpo la meccanica terrestre e la meccanica celeste, ponendo alla base del tutto, enunciati in modo sorprendentemente limpido e conciso, i celebri tre principi della dinamica.

Il trattato, spesso estremamente conciso e sintetico e a volte eccessivamente, tanto da apparire in certi punti addirittura ermetico, è a dir poco di ardua lettura e si può ben dire che segni il trionfo della geometria euclidea. Esso costituisce infatti il massimo vertice raggiunto nelle sue applicazioni da tale ramo della matematica, risalente a duemila anni prima. E infatti Newton, nel dedurre l'immensa mole di risultati contenuti nel suo trattato, fa ricorso pressoché sistematicamente e unicamente alla geometria di Euclide, rinunciando ai metodi dell'analisi matematica che nel frattempo erano andati maturando e che in gran parte aveva lui stesso sviluppati. Il motivo di tale scelta va certamente visto nel fatto che, con il ricorso alla geometria euclidea, il trattato sarebbe stato accessibile a una cerchia di lettori molto più vasta di quella che avrebbe avuto se avesse fatto ricorso ai metodi dell'analisi, metodi a quell'epoca accessibili a ben pochi studiosi. Ma è proprio il ricorso sistematico alla geometria euclidea che rende oggi il trattato di ardua lettura, con la conseguenza che i suoi contenuti appaiano oggi solo in parte noti, e questa parte appaia addirittura mal nota. Alla luce di quanto ora osservato acquista pertanto grande rilevanza il profondo e sistematico studio che è stato fatto dei *Philosophiae naturalis principia mathematica* dal Premio Nobel Subrahmanyan Chandrasekhar nella prima metà degli anni novanta del secolo scorso, ossia negli ultimi anni della sua vita, studio che si è tradotto nell'imponente trattato *Newton's Principia for the Common Reader*, dove la prima e la terza parte del trattato, nonché alcuni capitoli della seconda, vengono a fondo analizzati, e in certi punti addirittura decifrati, e infine riscritti

con i metodi dell'analisi matematica, oggi incomparabilmente più accessibili ai lettori dei metodi geometrici usati da Newton.

Non è possibile in questa sede riassumere, sia pure soltanto brevemente, i contenuti del grande trattato. Mi limiterò pertanto soltanto a dire che esso è diviso in tre parti e che, fatta eccezione per la seconda parte riguardante il moto dei corpi in mezzi resistenti e il moto dei fluidi, esso, nelle sue molteplici articolazioni, appare proteso a provare che il moto dei corpi pesanti, sia terrestri che, soprattutto, celesti, è regolato da un'unica grande legge, la legge di gravitazione universale, ossia la legge di Newton, legge che unifica la gravità che si manifesta sulla Terra tramite il peso dei corpi con l'attrazione che si esercita tra il Sole e i pianeti e tra i pianeti e i loro satelliti. Già quasi all'inizio del trattato Newton prova, ricorrendo unicamente alla prima delle leggi di Keplero (e quindi non a tutte le tre leggi considerate nel loro insieme come in generale viene sempre affermato e scritto) che la forza che il Sole esercita sui pianeti è inversamente proporzionale alle distanze, ed effettua la deduzione di tale grande risultato ricorrendo addirittura a una sola orbita, senza quindi fare alcun confronto tra più orbite. Una volta ottenuto questo risultato, prova poi che esso sussiste anche, immutato, nel caso in cui l'orbita invece che ellittica sia iperbolica (che è l'orbita descritta da corpi che si avvicinano al Sole con velocità tale da allontanarsi poi da esso senza poter più fare ritorno), oppure parabolica (che è l'orbita che in generale meglio si presta a descrivere quella delle comete quando si trovano in prossimità del Sole, ossia nel periodo in cui sono visibili). E si può anzi aggiungere che la dimostrazione del viceversa, e cioè che tale risultato comporta necessariamente che le orbite dei corpi devono essere delle coniche (ellissi, o iperboli, o parabole) è implicitamente contenuta nella trattazione fatta da Newton, contrariamente a una convinzione molto diffusa anche oggi, fondata a sua volta sulla convinzione che tale risultato si possa ottenere soltanto tramite il ricorso all'analisi matematica.

Sarà all'inizio della terza parte del trattato che Newton completerà la deduzione della sua grande legge, provando che l'attrazione tra due corpi, oltre che essere inversamente proporzionale alla loro distanza, è direttamente proporzionale alle loro masse. Questa terza parte, il "libro terzo", è dedicata al "sistema del mondo", ossia all'esplicita dimostrazione che il sistema solare, nella sua parte allora nota, è retto da tale legge, e costituisce il primo vero e grande trattato di meccanica celeste.

Newton inizia l'esposizione del suo sistema del mondo, e precisamente dei fenomeni che in esso si presentano, proprio con i satelliti di Giove e i satelliti di Saturno (a Titano se ne erano nel frattempo aggiunti altri quattro,

scoperti da Gian Domenico Cassini), per i quali sottolinea che valgono, anche per essi, le tre leggi di Keplero, in particolare la prima. Forte dei dati osservativi (le tre leggi di Keplero che risultano verificate anche per i suddetti satelliti), Newton può pertanto affermare che è ancora la legge di gravitazione universale a regolare il moto dei satelliti di Giove e di Saturno, nonché il moto della Luna attorno alla Terra. Come è tale legge a regolare il moto dei pianeti attorno al Sole.

Newton fa poi seguire numerosi teoremi e risultati su argomenti di grande rilevanza concernenti i pianeti, il Sole, il baricentro del sistema solare, la Luna, le masse e le densità dei pianeti dotati di satelliti rapportati alla massa del Sole e il valore della forza di gravità sulle rispettive superfici, ecc. Newton passa poi a trattare della forma della Terra e dei pianeti e della variazione del peso dei corpi sulla Terra a seconda della latitudine. A questi argomenti fa seguire lo studio delle maree, originate e regolate dall'azione congiunta della Luna e del Sole, lo studio del fenomeno della precessione degli equinozi e un imponente studio relativo al moto della Luna, moto estremamente complesso in quanto perturbato dal Sole e dai pianeti. Fa seguire infine lo studio delle comete e delle loro orbite. L'esposizione del suo sistema del mondo si chiude, e precisamente nella seconda edizione dei *Principia*, del 1713, con il celebre "Hypotheses non fingo", non faccio ipotesi sull'origine, sulla causa della forza di gravità.

Già prima che Newton concepisse il trattato, la sfera delle stelle fisse, introdotta da Copernico nella sua concezione eliocentrica e ultimo orpello della concezione aristotelico-tolemaica, si era sgretolata, e all'universo da essa racchiuso e limitato si era andato via via sostituendo un universo infinito e popolato da infinite stelle. Contemporaneamente si era andata affermando la certezza che il Sole non fosse altro che una stella al pari di tutte le altre.

L'Universo, considerato infinito e popolato da infinite stelle, le cosiddette "stelle fisse", venne ritenuto statico e Newton stesso, nella sua esposizione del sistema del mondo, cercò di dare una dimostrazione di tale staticità. La dimostrazione, che poteva apparire convincente al tempo di Newton, non regge oggi a un'analisi critica fatta indipendentemente dalle osservazioni astronomiche. Comunque la staticità dell'Universo, ultimo estremo residuo della sfera delle stelle fisse di Copernico, venne accolta fin dall'inizio come un dogma e tale rimase fino ai primi decenni del secolo scorso.

Occorreranno quasi cinquant'anni perché i *Principia*, che sgombravano il campo dai fantasiosi vortici di Cartesio, si affermassero sul Continente. L'eredità di Newton venne raccolta in particolare da Maupertuis, Clairaut, Eulero, d'Alembert. E sarà Eulero che provvederà a riformulare e sviluppare

la meccanica di Newton con i metodi dell'analisi matematica, assicurandole così una piena e definitiva razionalità. In Piemonte l'opera di Newton venne introdotta dal Padre Giovanni Battista Beccaria verso il 1750 e dai fondamenti di essa, proprio all'interno di quella Privata Società Scientifica Torinese che è all'origine della nostra Accademia, trarrà origine e maturerà, ad opera di Lagrange, quel complesso di ricerche che nel 1788, e cioè quasi esattamente cent'anni dopo la pubblicazione dei *Principia*, culminerà con la pubblicazione della sua grande *Mécanique Analytique*.

Ritornando al sistema del mondo di Newton, esso nel 1781 sarà arricchito dalla scoperta di un nuovo pianeta, Urano. Ma sarà soprattutto il ritorno della cometa di Halley nel 1759, previsto da Halley sulla base delle vedute di Newton, che fornirà un'ulteriore grande conferma della concezione newtoniana del sistema del mondo, considerato nella sua trattazione matematica.

Contemporaneamente prenderà l'avvio quell'imponente mole di ricerche con le quali la costruzione di Newton raggiungerà i suoi grandi vertici, ricerche dovute a Clairaut, Eulero, Lagrange e soprattutto Laplace, le quali culmineranno nei risultati ottenuti da Lagrange e soprattutto da Laplace, riguardanti la stabilità del sistema solare. Questo complesso di ricerche è legato al celebre problema, già considerato per la prima volta da Newton, che è il cosiddetto problema dei tre corpi (ossia il problema di determinare il moto di tre corpi qualsiasi – ad esempio il Sole, la Terra e la Luna, oppure il Sole, Giove e Saturno – che mutuamente si attraggono secondo la legge di Newton, ossia la legge di gravitazione universale), problema per il quale l'interesse dei matematici si è mantenuto costantemente vivo fino ad oggi e che ha come sua naturale generalizzazione il problema degli n corpi.

Intanto il sistema del mondo di Newton, retto dalla legge di gravitazione universale, si andava arricchendo, verso la metà dell'Ottocento, di un nuovo pianeta, Nettuno, scoperto per via teorica (ma anche in modo un po' casuale) da Le Verrier e da Adams studiando le anomalie, ossia le perturbazioni, che presenta all'osservazione astronomica l'orbita del pianeta Urano. Con questo risultato la grande costruzione newtoniana, con il suo carattere deterministico, e cioè con la capacità di predire ad ogni istante le posizioni occupate dai corpi costituenti il sistema solare, tocca il suo estremo vertice. E infatti già sin dall'inizio dell'Ottocento si andavano via via scoprendo nuovi altri oggetti che popolano il sistema solare, i cosiddetti asteroidi, minuscoli rispetto ai pianeti e pertanto inizialmente chiamati pianetini, con le orbite in generale comprese tra l'orbita di Marte e l'orbita di Saturno, oggetti che oggi si stima siano parecchie decine di migliaia. E a questi se ne sono aggiunti in questi ultimi quindici anni altri analoghi, che si ritiene possano essere altrettanto

numerosi, situati molto oltre Nettuno e ai quali appartiene Plutone, che per le sue piccole dimensioni è stato recentemente declassato da pianeta a uno di tali oggetti.

Ho di proposito ricordato questi aspetti del sistema solare per lasciare intuire l'impossibilità materiale di affrontare i problemi a carattere deterministico connessi alle orbite di questo genere di corpi, ricorrendo unicamente ai metodi che si sono sviluppati dal tempo di Newton in poi, ad opera soprattutto di Eulero, Lagrange, Laplace e Gauss e costituenti nel loro insieme la cosiddetta "teoria delle perturbazioni". D'altronde già il risultato relativo alla stabilità del sistema solare ottenuto nella forma più generale da Laplace presentava, come vari altri risultati, aspetti non soddisfacenti.

La nuova rivoluzione verrà da Poincaré con nuovi metodi di indagine e con la formulazione dei problemi totalmente diversa: invece di andare alla ricerca, conformemente all'indirizzo deterministico, delle posizioni assunte dai corpi celesti al variare del tempo, studiare qual è il comportamento qualitativo delle orbite, e quindi vedere se i pianeti si avvicinano o si allontanano tra loro col tempo, se possano in un futuro più o meno lontano cadere sul Sole oppure allontanarsi da esso indefinitamente e perdersi nello spazio infinito, ecc. Da questo genere di studi è nato un nuovo ramo della meccanica e, più in generale, della matematica sia pura che applicata, che in quest'ultimo secolo, soprattutto in questi ultimi cinquant'anni, ha conosciuto grandi relevantissimi sviluppi, ai quali molto ha contribuito lo stesso Prof. Giorgilli, che è stato questa sera premiato dalla nostra Accademia proprio per i contributi da lui dati a questo nuovo e fondamentale campo di ricerche.

Risalgono attorno al 1840 le prime misure delle distanze dal Sole delle stelle più vicine, misure che indicano che la luce emessa da queste impiega vari anni a raggiungere il sistema solare, ossia tempi, e quindi distanze, enormi se confrontati con il tempo che impiega la luce ad attraversare l'intero nostro sistema solare e cioè al più un paio di decine di ore. Risalgono poi agli inizi del secolo scorso le prime misure delle dimensioni della Via Lattea, ossia della nostra galassia, il cui diametro è oggi stimato in centomila anni-luce almeno (un anno-luce è il cammino percorso dalla luce in un anno) e che si ritiene sia costituita da almeno cento miliardi di stelle.

Attorno al 1925 il grande astronomo Edwin Powell Hubble prova che la maggior parte delle nebulose, a conferma di un'ipotesi avanzata già nel Settecento da vari studiosi, tra i quali Herschel, lo scopritore di Urano, e Kant, il grande filosofo, si trova all'esterno della Via Lattea, ossia della nostra galassia, e che non sono altro che altrettante galassie. Esse, come aveva provato nel frattempo Slipher, si muovono rispetto alla nostra di moto recessivo e nel

1929 Hubble, tramite l'osservazione astronomica, perviene alla sua celebre legge: la velocità di allontanamento di una generica galassia è proporzionale alla sua distanza dalla nostra.

Con questi risultati di Slipher e di Hubble crollava definitivamente il dogma della staticità dell'Universo, dogma che, una decina di anni prima, era stato accettato anche da Einstein nel fare la prima applicazione all'intero Universo della teoria della relatività generale, da lui formulata nel 1916.

Con il passare dei decenni i confini dell'Universo visibile, ossia accessibile agli strumenti astronomici fattisi sempre più potenti e raffinati, si sono enormemente ampliati, raggiungendo dimensioni impressionanti, dell'ordine di parecchi miliardi di anni-luce. E meno di dieci anni or sono l'osservazione astronomica ha portato alla sorprendente indicazione che l'espansione dell'Universo risulta attualmente quasi certamente accelerata, il che starebbe a significare che il campo gravitazionale generato dalle innumerevoli galassie che popolano l'Universo e dalla materia diffusa in esso contenuta sarebbe oggi sovrastato da un alquanto misterioso campo di forze avente carattere repulsivo.

Nel 1916 Einstein formulava, come già si è detto, la teoria della relatività generale, ossia la teoria einsteiniana della gravitazione, la quale, con l'assunzione che l'Universo, conformemente a quanto indica l'osservazione astronomica su larga scala, sia omogeneo (densità media della materia nell'Universo dipendente soltanto dal tempo) e isotropo (assenza di direzioni privilegiate nell'Universo), ha permesso di costruire, partendo dalle equazioni gravitazionali che ne sono alla base, modelli d'universo che mirabilmente si prestano a descrivere l'intero Universo così come oggi si presenta all'osservazione astronomica.

Per quanto concerne invece il sistema del mondo di Newton, e cioè il sistema solare retto dalla legge di gravitazione universale e considerato nel suo contesto deterministico, viene subito naturale un confronto tra le sue dimensioni, un paio di decine di ore occorrenti alla luce per attraversarlo, e le dimensioni dell'Universo oggi accessibile all'osservazione astronomica, dimensioni che sono dell'ordine di parecchi miliardi di anni-luce. Un confronto che potrebbe pertanto quasi farlo apparire marginale, anche se nel secolo scorso un ristretto numero di studiosi ha continuato a coltivare le ricerche nell'ambito della meccanica celeste seguendo l'indirizzo che è stato di Newton, di Eulero, di Lagrange e soprattutto di Laplace. E nonostante che esso abbia conosciuto negli ultimi cinquant'anni una nuova vita, arricchito come è stato dalle sonde inviate nello spazio e dai satelliti artificiali, ossia dall'avvento della cosiddetta era spaziale.



Da sinistra a destra: i Soci Pietro Rossi, Angelo Raffaele Meo e Dionigi Galletto.

In realtà occorre aggiungere che già nell'Ottocento la legge di Newton era stata utilizzata nello studio delle stelle doppie, che nel secolo scorso era stata utilizzata per calcolare la massa della nostra galassia e, per citare un altro esempio, che circa trent'anni or sono, proprio con il ricorso alla legge di gravitazione universale, è stato possibile giungere alla conclusione che le galassie per la maggior parte risultano avvolte da un alone di materia oscura alquanto misteriosa, in quanto ancora oggi non se ne conosce la natura.

Ma a questo punto, tralasciando il fenomeno del comportamento anomalo del perielio di Mercurio che è un fenomeno strettamente pertinente alla teoria einsteiniana della gravitazione, si impone un interrogativo: è la legge di Newton assolutamente rigorosa oppure, come riteneva Poincaré, è semplicemente una legge empirica, che può non essere più verificata per le grandi distanze? È con questa convinzione che un certo numero di astronomi e studiosi ha sviluppato in questi ultimi decenni la "Mond", ossia la "Modified Newtonian Dynamics", la dinamica newtoniana modificata, con il proposito di provare che la materia oscura a cui si è ora accennato non esiste affatto.

Alla luce anche del suddetto interrogativo viene da chiedersi: ma è poi proprio vero che i principi, e solo i principi e null'altro, della meccanica di Newton non siano in qualche modo applicabili all'intero Universo, considerato su larga scala e nella sua attuale era, l'era dominata dalla materia, come d'altronde ha fatto Newton, che ha ignorato per il suo sistema del mondo il periodo in cui esso si era formato? Il moto recessivo delle galassie dovuto all'espansione dell'Universo risulta, conformemente a quanto indica la legge di Hubble (la velocità di recessione delle galassie è proporzionale alla loro distanza), un moto ordinato: non potrebbe forse accadere che tale legge segua da tali principi? E non potrebbe forse accadere che, in analogia a quanto accade per il sistema solare dove le leggi di Keplero comportano la legge di Newton, la legge di Hubble comporti che il moto delle galassie sia regolato ancora da tale legge, per la quale pertanto diventerebbe assolutamente legittima la denominazione di "legge di gravitazione universale"? Non potrebbe poi accadere che, con il ricorso soltanto alla seconda legge della dinamica (le accelerazioni dei corpi sono proporzionali alle forze agenti su essi), in qualche modo scaturisca che l'espansione dell'Universo possa oggi essere effettivamente accelerata?

A tutto ciò si potrebbe obiettare: ma come si concilierebbero i risultati così ottenuti con il comportamento alquanto singolare che presenta la velocità della luce? La risposta risulterebbe essere che essi si concilierebbero allo stesso modo con cui si conciliano gli analoghi risultati ottenuti nell'ambito della teoria della relatività generale.

Comunque, una risposta affermativa a tali interrogativi¹ porterebbe a risultati che non potrebbero differire da quelli forniti dalla teoria della relatività generale, con la differenza che, mentre questi ultimi sono ottenuti partendo dalle equazioni gravitazionali, che sono estremamente complesse, i primi seguirebbero unicamente dai principi della dinamica e dalle indicazioni osservazionali, ossia con il ricorso a un modo di procedere tipicamente galileiano.

E, sempre nel caso di una risposta affermativa, il sistema del mondo di Newton, limitato al tempo di Newton all'Universo allora conosciuto, ossia al sistema solare, risulterebbe esteso all'intero Universo.

¹ Gli interrogativi ai quali si è ora accennato sono totalmente estranei alla cosiddetta "cosmologia newtoniana" di Milne e McCrea, la quale, pur trovando spesso ancora oggi posto nei trattati, è totalmente inaccettabile, con assunzioni che si presentano arbitrarie e con la legge di gravitazione universale, lungi dall'essere dedotta, assunta invece come punto di partenza.