

Ricordo di Gaetano Fichera a dieci anni dalla morte

Commemorazione tenuta dal Socio nazionale Dionigi GALLETTO*
nell'adunanza del 10 maggio 2006



Il 1° giugno 1996 moriva il Professor Gaetano Fichera, nostro Socio nazionale: la notizia della Sua scomparsa ci lasciava sgomenti, addirittura costernati, provocando in tutti un profondo senso di dolore, perché essa ci giungeva improvvisa, senza preavvisi di sorta e senza che nulla avesse lasciato prevedere la Sua repentina dipartita. Era dolore che si aggiungeva a dolore: dieci giorni prima, il 21 maggio, era infatti scomparso Carlo Ferrari. Quindici giorni dopo sarà Placido Cicala a lasciarci.

Con il ricordo di Lui sempre vivo, abbiamo atteso a commemorarlo, conservando così nell'intimo l'illusione, o almeno la sensazione, di averlo ancora vivo e con noi. Certo presente in noi sempre è rimasto. Così lo ricordiamo oggi, a dieci anni dalla Sua scomparsa.

I primi ricordi che mi legano a Lui risalgono a metà del secolo scorso, e precisamente alla metà degli anni cinquanta, quando, studente nell'Università di Roma, ero iscritto al corso di laurea in matematica. Il corso di Analisi matematica era tenuto dall'illustre Prof. Mauro Picone, che è stato nostro socio nazionale e che nel 1977, alla sua morte, il nostro grande e mai dimenticato Francesco Giacomo Tricomi, nel commemorarlo, immeritadamente bistrattò, un trattamento che Picone certo non meritava se solo si tiene presente che, come lo stesso Tri-

* Ordinario fuori ruolo di Fisica matematica nell'Università di Torino.

comi ebbe a ricordare nella sua commemorazione, i tre quarti dei professori di Analisi matematica di tutta Italia, direttamente o indirettamente, erano stati suoi allievi, in quanto formati alla sua scuola.

Il corso di Meccanica razionale era tenuto da un altro nostro illustre socio nazionale, il Prof. Antonio Signorini.

In quel periodo i corsi per studenti di matematica, fisica e ingegneria non erano ancora separati, e così, nel seguire il corso del Prof. Picone, mi trovai con compagni di studio che diventarono poi a vari di noi ben noti, come i fisici Francesco Calogero, Carlo Schaerf, Nicola Cabibbo, nostro socio nazionale e Presidente dell'Accademia Pontificia delle Scienze. Le lezioni del Prof. Picone erano raccolte in un poderoso *Trattato di Analisi matematica*, in due volumi che, complessivamente, superavano le 1400 pagine, fitte fitte. Tale trattato, oltre a Mauro Picone, aveva un secondo autore: questo autore era Gaetano Fichera. Questo nome a noi inizialmente non diceva molto: di Lui sapevamo appena che era professore di Analisi matematica a Trieste e che era stato allievo di Mauro Picone. Ma non ci volle molto tempo perché scoprimmo che certe parti del trattato, presentate in modo piuttosto complesso ed elevato, fossero in perfetta armonia con lo stile con cui Picone teneva le sue lezioni, mentre altre parti del trattato, che venivano esposte dai suoi assistenti, fossero, nel pieno rispetto del rigore, di una limpidezza, di una chiarezza e di un'eleganza veramente esemplari. E così giungemmo rapidamente alla conclusione che quelle parti che nel trattato venivano presentate in modo piuttosto complesso ed elevato, come, ad esempio, la teoria dei limiti e la teoria dell'integrazione, fossero state scritte dal Prof. Picone, mentre le restanti fossero opera del Prof. Fichera.

La conferma di questo l'avemmo non molto tempo dopo, quando nell'Istituto di Matematica, intitolato a Guido Castelnuovo, incominciò a circolare un testo, di oltre 500 pagine, avente per titolo *Lezioni sulle trasformazioni lineari* e per autore proprio Gaetano Fichera. In esso venivano esposti in modo magistrale, con grande chiarezza e rigore, capitoli fondamentali della moderna Analisi matematica. In particolare, in tale testo si faceva ricorso a metodi matematici che, salvo qualche eccezione, in Italia ben poco spazio avevano nei corsi universitari. Erano metodi che avevano le loro radici nell'Algebra moderna, una disciplina che nel corso di laurea in matematica, incredibilmente, diventerà materia obbligatoria di insegnamento soltanto nel 1960.

Preceduto da una solida fama, diffusa anche tra noi studenti, nel 1956 Gaetano Fichera da Trieste passava a Roma per ricoprire la cattedra lasciata libera per sopraggiunti limiti d'età dal Suo maestro Mauro Picone. Ci apparve giovanissimo, e tale è rimasto sempre nel nostro ricordo. Nel 1979 passe-

rà sulla cattedra di Analisi superiore, dove rimarrà sino al 1992, anno del Suo collocamento fuori ruolo.

A Trieste conobbe la Sua consorte, la Signora Matelda Colautti, che sposò nel 1952 e che oggi è qui presente con noi, unitamente a sua sorella, la Prof. Maria Pia Colautti, della quale sono stato collega a Palermo verso la fine degli anni sessanta, proprio negli anni difficili della contestazione studentesca.

Gaetano Fichera era nato ad Acireale, in provincia di Catania, l'8 febbraio 1922 e nel 1941, a soli diciannove anni, si era laureato in matematica a Roma con Mauro Picone, di cui diventò subito assistente. Una lunga malattia, oltre che lunghe e drammatiche traversie durante la guerra, delle quali parlerò più avanti, lo tennero praticamente lontano da Roma sino al 1945. Nonostante ciò nel 1949, all'età di ventisette anni, risultava primo al concorso per la cattedra di Analisi matematica (secondo classificato risultò Alessandro Faedo, che diventò poi Presidente del Consiglio Nazionale delle Ricerche e che è stato pure lui nostro socio). La commissione giudicatrice era presieduta dal Prof. Picone e annoverava tra i suoi membri il mitico Renato Caccioppoli.

La produzione scientifica di Gaetano Fichera è smisurata e si può dire che ricopra la maggior parte dei vastissimi campi dell'Analisi matematica pura e applicata, estendendosi a campi che sono tipici della Geometria differenziale e della Topologia, per giungere addirittura alla Meccanica e alla Fisica matematica, soprattutto alla teoria matematica dell'elasticità, campo in cui, con i Suoi risultati, è stato un grandissimo protagonista.

Nell'impossibilità sia pure soltanto di accennare a tutti gli innumerevoli fondamentali risultati da Lui conseguiti, mi riserverò di riferire unicamente al ruolo che ha avuto nell'ambito della teoria dell'elasticità e alle conseguenti implicazioni matematiche che ne sono derivate e pertanto mi limiterò soltanto ad elencare gli altri campi in cui si misurò con il Suo grande ingegno: equazioni differenziali alle derivate parziali e ordinarie, calcolo delle variazioni, analisi funzionale, teoria degli autovalori, teoria dell'approssimazione, teoria della misura e dell'integrazione, teoria delle funzioni di più variabili complesse, teoria del potenziale, teoria delle forme differenziali esterne, analisi numerica, propagazione del calore, biomatematica, storia della matematica e della meccanica.

Ma anche limitandosi alla teoria matematica dell'elasticità, non è possibile fornire in poco tempo una sia pur breve sintesi dei tanti fondamentali risultati che Gaetano Fichera ha ottenuto in questo campo di cui sentì e subì sempre il grande fascino, in particolare per i vari problemi di esistenza e di unicità che in esso si presentano.

Pertanto mi limiterò a ricordare, in modo un po' diffuso, essenzialmente uno di questi Suoi risultati e la sua relativa storia, per l'importanza che tale risultato ha e per le implicazioni che nel campo dell'Analisi matematica ha avuto.

Antonio Signorini, al quale ho già accennato, che è stato un grande pioniere nel porre i fondamenti e nell'avviare i primi sviluppi della teoria delle deformazioni finite nell'ambito della meccanica dei corpi deformabili, sin dal lontano 1933 aveva proposto, nell'ambito della teoria matematica dell'elasticità, un fondamentale problema di tipo nuovo, che divenne noto come *problema di Signorini*. Esso sostanzialmente consiste nella determinazione della configurazione di equilibrio di un solido elastico, ritenuto non omogeneo e anisotropo, appoggiato ad una superficie rigida, per il quale non sono precisate a priori le parti del suo contorno che sono a contatto della superficie e le parti di questo che non lo sono. Signorini aveva, molto appropriatamente, chiamato tale problema *problema con ambigue condizioni al contorno*, e su esso ritornò diffusamente nel 1959 in un ciclo di conferenze da lui tenute a Roma presso l'Istituto Nazionale di Alta Matematica. A queste conferenze erano presenti sia il Prof. Picone che il Prof. Fichera, i quali immediatamente colsero l'importanza che tale problema aveva soprattutto dal punto di vista matematico, come ebbe a scrivere il Prof. Picone commemorando Antonio Signorini pochi anni dopo:

La sua geniale trattazione, sorretta dal suo infallibile senso fisico, lo aveva condotto a porre, per ottenere tale determinazione [ossia la determinazione della configurazione di equilibrio assunta dal solido], un problema profondamente nuovo di Analisi matematica. Però, fino a quando non fossero state dimostrate l'esistenza e l'unicità di quel problema, la sua nuova teoria elastostatica sarebbe rimasta allo stato di una mera congettura, sia pure ben fondata [...] Gaetano Fichera fu avvinto dal nuovissimo problema di Analisi matematica posto da Signorini, ed Egli ne fece oggetto di studio [...] negli anni seguenti.

Scriverà Fichera trent'anni dopo, nel 1993:

Lo studio di questo problema costituì uno degli avvenimenti più importanti della mia vita di ricercatore e non solo per le gravi difficoltà che mi si presentarono nel corso della sua indagine, ma anche per i risvolti umani che a questa mia ricerca furono connessi.

E infatti, ritornando alla fine degli anni Sessanta, la salute di Signorini andava nel frattempo rapidamente declinando ed egli spesso chiedeva a Picone, al quale era legato da grande amicizia, a che punto fossero gli studi di Fichera relativi al suo problema, e Picone quindi sollecitava Fichera a dedicarsi esclusivamente ad esso, per cercare di pervenire al più presto possibile alla completa sua soluzione. Scrisse Picone:

Si arrivò così negli ultimi giorni del gennaio 1963, quando Fichera ebbe a darmi la consolante, attesa notizia di avere infine conseguito la dimostrazione dell'esistenza e dell'unicità della soluzione del problema di Signorini. Io gli proposi allora di scrivere immediatamente una Nota [riassuntiva] che esponesse questa dimostrazione e potemmo, Fichera ed io, nel pomeriggio del 6 febbraio sottoporre la Nota stessa all'esame di Signorini.

Tale Nota venne presentata per la pubblicazione nella seduta dell'Accademia dei Lincei del 9 febbraio 1963. Signorini morì quattro giorni dopo, il 13 febbraio. Alla suddetta Nota seguì un'imponente Memoria di Fichera, di oltre sessanta pagine, apparsa pochi mesi dopo, e avente per titolo: *Problemi elastostatici con vincoli unilaterali: il problema di Signorini con ambigue condizioni al contorno*.

Questa Memoria segna l'inizio, e costituisce il fondamento, di un nuovo ramo dell'Analisi matematica, ramo costituito dalla teoria dei problemi al contorno in presenza di vincoli unilaterali, problemi posti dalla Fisica e da altre scienze. Tale ramo, con riferimento alle disequaglianze che provengono dal tradurre i problemi unilaterali in principi variazionali, assunse negli anni successivi la denominazione di *teoria delle disequaglianze variazionali* e ha conosciuto grandiosi sviluppi. Numerosissimi studiosi si sono ad essa dedicati e innumerevoli lavori e numerosi trattati sono da allora apparsi in tutto il mondo, in particolare in Italia, Francia, Germania, negli Stati Uniti, in Russia. È una teoria molto affascinante, al fascino della quale è difficile sottrarsi. Eppure, sorprendentemente, Fichera, che ne era stato il fondatore, scrisse la Sua grande Memoria che ne poneva i fondamenti, cessò successivamente quasi completamente di occuparsene. Più di una volta, parlando con me, riservato e signore com'era, si presentava al riguardo sempre evasivo, ed io potevo soltanto intuire che ne era derivata per Lui più di un'amarezza. Al riguardo, soltanto trent'anni dopo, si limiterà a scrivere:

[...] è da rammaricare che alcuni fra gli studiosi della teoria delle disequaglianze variazionali, che si sono rivelati ricercatori valenti, non abbiano dimostrato di essere storici parimenti accurati.

Una frase che spiega eloquentemente l'abbandono da parte Sua della nuova teoria da Lui fondata.

Ma, sempre limitatamente alla teoria matematica dell'elasticità, come già ho detto, sono numerosi e altrettanto importanti gli altri contributi da Lui dati a tale teoria, come, ad esempio, la risoluzione nel 1950 del cosiddetto *terzo problema al contorno* o *problema misto*, rimasto per decenni insoluto, concernente lo studio dell'equilibrio di un corpo elastico per il quale su una parte della frontiera sono assegnati gli spostamenti e sulla restante parte le tensioni. Affrontando, in un'amplissima Memoria, tale problema, Fichera ha ricostruito, *ex novo*, la teoria dell'esistenza, dell'unicità e del calcolo delle soluzioni dei problemi dell'elasticità. Tale Memoria, permettendo di includere, come casi limite, il *primo problema al contorno* (spostamenti assegnati su tutta la frontiera), risolto da Fredholm nel 1906, e il *secondo problema* (tensioni assegnate su tutta la frontiera), risolto da Korn nel 1908, viene oggi, in generale, considerata come il punto di partenza della moderna teoria dell'elasticità.

A questi risultati occorre poi almeno aggiungere, per citare altri Suoi risultati di grande rilievo dati a tale teoria: la dimostrazione che Egli per primo ha dato di un principio di massimo, oggi riportato nei trattati come *principio di massimo di Fichera*; i Suoi determinanti contribuiti dati allo studio del celebre “principio di Saint-Venant”; i Suoi contribuiti, profondi e contemporaneamente altamente chiarificatori, dati alla teoria della viscoelasticità, e cioè alla teoria dei materiali con memoria.

Era di una capacità creativa che aveva del sorprendente. In seguito all’armistizio dell’8 settembre 1943, non aveva risposto al richiamo alle armi fatto da Mussolini dopo la fondazione della repubblica di Salò e aveva invece tentato di attraversare, in Abruzzo, la linea del fronte per andarsi ad unire alle truppe italiane che combattevano al Sud a fianco degli Alleati. Catturato dai Tedeschi, era stato condannato a morte da un tribunale nazi-fascista per diserzione in tempo di guerra e tradotto in carcere in attesa di esecuzione della sentenza. In quel carcere rimase fino ai primi di giugno del 1944, quando gli Alleati sfondarono il fronte costringendo i Tedeschi a ritirarsi verso Nord. Poco tempo dopo, a Verona, alla vigilia di essere trasferito in Germania, riuscì ad evadere e a raggiungere le formazioni partigiane che operavano sull’Appennino emiliano. Ebbene, durante la prigionia, in carcere, «per non cedere a disperati pensieri», come Lui stesso scrisse, si concentrava su questioni di matematica. Prima di andare sotto le armi aveva avuto occasione di leggere la famosa Memoria di Enrico Betti in cui vengono definiti per la prima volta quei numeri che portano il nome del grande matematico e che indicano gli ordini di connessione topologica di un complesso n -dimensionale. Sulla base di quanto ricordava di quella Memoria, si pose la questione di determinare a quali problemi di integrazione di sistemi differenziali alle derivate parziali i numeri di Betti potevano essere collegati, in analogia a quanto accade nel caso unidimensionale. E così operando, Fichera, con la Sua capacità creativa, si era costruita, senza l’ausilio di alcun testo e senza alcuna conoscenza sull’argomento che andasse oltre il caso lineare, una specie di teoria delle forme differenziali esterne, che riportava su un quadernetto fattogli avere dal Cappellano del carcere. In quel periodo aveva solo ventitré anni.

Al Suo rientro a Roma scoprì che quanto aveva cercato di costruire era, almeno all’estero, ben noto ed era stato realizzato da grandi matematici come Élie Cartan e Georges de Rham, eminenti cultori di Geometria differenziale e di Topologia.

Con la Sua capacità creativa sapeva cogliere, tra campi e argomenti che apparivano indiscutibilmente lontani, nessi imprevedibili, profondi e riposti, come traspare, ad esempio, dagli strumenti a cui fa ricorso nelle Sue ricerche sulle funzioni analitiche di più variabili complesse. Oppure, per fare un altro esempio, come traspare dalle Sue ricerche svolte nell’ambito della teoria delle forme differenziali esterne (una teoria di cui ha sempre sentito forte il grande fascino fin

dai tempi della prigionia, quando cercò di costruirne i fondamenti), quando, ricorrendo ai metodi dell'Analisi funzionale, riesce a determinare le «formule di maggiorazione a priori» relative alle forme esterne, alle quali risultano equivalenti i celebri teoremi di esistenza di de Rham e di Hodge.

Questo complesso di ricerche di Gaetano Fichera sulle funzioni analitiche di più variabili complesse e sulle forme differenziali esterne, ricerche di grande rilevanza, sono state, sia in Italia ma soprattutto all'estero, quasi ignorate, perché quasi certamente non capite, considerando la tendenza che si andava già delineando vari decenni or sono e che è ormai decisamente radicata nella maggior parte dei matematici (e anche dei non matematici) di coltivare esclusivamente campi specifici e ben delimitati e limitarsi unicamente ad essi. Gaetano Fichera aveva invece una visione e una concezione unitarie della Matematica, dove, come Lui stesso diceva, «tutto è buono» e cioè degno di essere oggetto di studio.

Questa Sua visione unitaria che della Matematica aveva lo portava ad avere una grandissima ammirazione per i grandi matematici del passato, in particolare italiani, e contemporaneamente gli permetteva di avere grandi aperture verso i nuovi campi della Matematica che nel corso della Sua più che cinquantennale attività di scienziato si andavano via via delineando e sviluppando. Classico e moderno si fondevano in Lui e ciò gli permetteva, tra l'altro, di essere un impareggiabile espositore, sia nelle innumerevoli conferenze che ha tenuto in tutto il mondo, che nelle Sue lezioni, insuperabili per l'esemplare chiarezza e l'assoluto rigore.

Complessivamente, Gaetano Fichera è autore di 263 lavori e di 18 testi e trattati. Il Suo ultimo lavoro, un'ampia Memoria dedicata a un difficile e complesso problema di Fisica matematica, è apparso postumo.

Era membro di ben quattordici Accademie, tra le quali l'Accademia Nazionale dei Lincei, l'Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, la Royal Society di Edimburgo, l'Accademia delle Scienze di Russia. L'Università di Palermo e l'Università di Tessalonica gli avevano conferito la laurea in Ingegneria *honoris causa*, l'Università di Glasgow quella in Scienze.

Nel 1960, a trentotto anni, la nostra Accademia l'aveva eletto suo socio corrispondente e nel 1970 l'aveva eletto suo socio nazionale. Alla nostra Accademia era particolarmente legato, e si può a ragione dire che, tra i soci nazionali non residenti, fosse il più attivo, partecipando spesso alle nostre sedute. E al riguardo voglio ricordare che il Prof. Ferrari, dal 1970 in poi, l'ha sempre voluto nella commissione giudicatrice per il Premio Panetti, ora diventato Premio Panetti-Ferrari.

Era legato da profonda amicizia con Francesco Tricomi, il quale, in occasione dei Suoi cinquant'anni, in omaggio alla Sua grande bravura, gli dedicò il suo ultimo libro. Scomparso Tricomi nel 1978, da allora, ogni volta che veniva a Torino, non mancava di fare sempre un viaggio fino a Torre Pellice per andare a

fare visita alla tomba dell'Amico scomparso. È il caso però di dire che questa grande amicizia conobbe una grave incrinatura, proprio quando, come già ho ricordato, Tricomi fece nel 1977 quell'infelice commemorazione del Prof. Picone, il grande e venerato maestro di Gaetano Fichera. Comunque, prima che Tricomi morisse, i rapporti tra i due grandi matematici si normalizzarono nuovamente e, quando Tricomi, alcune settimane prima di morire, venne colto da male, Fichera venne immediatamente a Torino per essergli accanto e assisterlo sino al momento della morte. Oltre che per le Sue eccezionali doti di scienziato, Gaetano Fichera si distingueva anche per le Sue eccezionali doti umane, soprattutto per la Sua generosità e per il forte senso dell'amicizia che aveva.

Ricordando la figura di Fichera, voglio ancora aggiungere che fu essenzialmente per merito Suo e del grande impegno da Lui profuso se ebbe successo l'iniziativa partita da Picone agli inizi degli anni cinquanta e mirante a far prescegliere l'Italia quale sede di un Centro Internazionale di Calcolo, progettato dall'UNESCO. Era questo un successo per tutta la Matematica italiana. Purtroppo, come Egli stesso scrisse, «quel Centro non si sviluppò mai, per ragioni che nulla avevano a che vedere con l'autentica Scienza».

All'Accademia Nazionale dei Lincei si era molto dedicato sempre, ma soprattutto nei Suoi ultimi anni, riorganizzando il settore matematico delle pubblicazioni dell'Accademia con la vera e propria fondazione di una nuova rivista di matematica che oggi è denominata: «Rendiconti Lincei: Matematica e applicazioni», pubblicata dalla Springer sotto gli auspici della European Mathematical Society. E dell'Accademia dei Lincei nel 1997 sarebbe certamente diventato presidente se il 1° giugno 1996 non fosse improvvisamente accaduto l'irreparabile. Aveva settantaquattro anni. Era morto come era morto Suo padre, il Suo primo maestro, colto improvvisamente dalla morte in un'aula di un liceo di Catania mentre teneva la sua lezione.